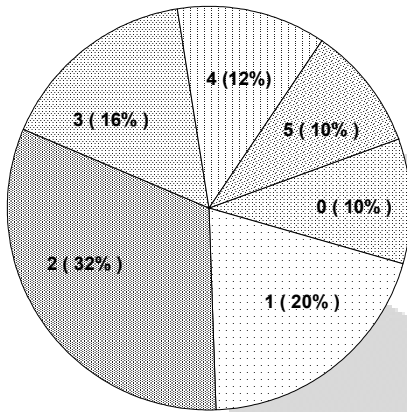


NOME: \_\_\_\_\_

DATA: 25/10/2008

1. O gráfico abaixo, em forma de pizza, representa as notas obtidas em uma questão pelos 32.000 candidatos presentes à primeira fase de uma prova de vestibular. Ele mostra, por exemplo, que 32% desses candidatos tiveram nota 2 nessa questão.



Pergunta-se:

- Quantos candidatos tiveram nota 3 ?
  - É possível afirmar que a nota média, nessa questão, foi  $\leq 2$ ? Justifique sua resposta.
2. O quadrilátero formado unindo-se os pontos médios dos lados de um quadrado é também um quadrado.
- Faça uma figura e justifique a afirmação acima.
  - Supondo que a área do quadrado menor seja de  $72 \text{ cm}^2$ , calcule o comprimento do lado do quadrado maior.

3. Na expressão  $m = a + 3b - 2c$  as letras  $a$ ,  $b$  e  $c$  só podem assumir os valores 0, 1 ou 2.

- a) Qual o valor de  $m$  para  $a = 1$ ,  $b = 1$  e  $c = 2$ ?
- b) Qual o maior valor possível para  $m$ ?

4. Após ter corrido  $\frac{2}{7}$  de um percurso e, em seguida, caminhado  $\frac{5}{11}$  do mesmo percurso um atleta verificou que ainda faltavam 600 metros para o final do percurso.

- a) Qual o comprimento total do percurso?
- b) Quantos metros o atleta havia corrido?

5. Sabe-se que um número natural escrito na base 10 como...  $a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$  é divisível por 11 se, e somente se,  $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + \dots$  for um número divisível por 11.

- a) Aplique o critério acima para mostrar que o número natural escrito na base 10 como 123456789 não é divisível por 11.
- b) Qual o menor número natural que devemos subtrair do número 123456789 para que a diferença seja um número divisível por 11?

6. As pessoas A, B, C e D possuem juntas R\$2.718,00. Se A tivesse o dobro do que tem, B tivesse a metade do que tem, C tivesse R\$10,00 a mais do que tem e, finalmente, D tivesse R\$10,00 a menos do que tem então todos teriam a mesma importância. Quanto possui cada uma das quatro pessoas?

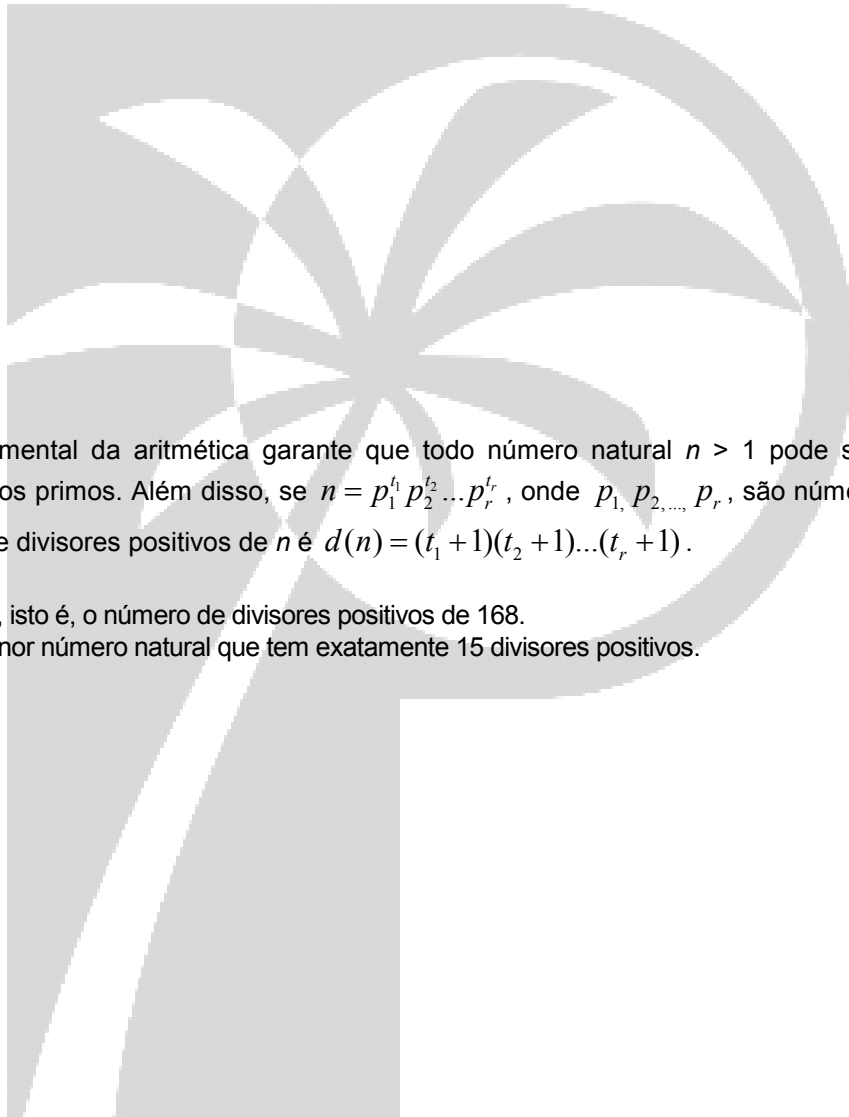
7. A soma de dois números positivos é igual ao triplo da diferença entre esses mesmos dois números. Essa diferença, por sua vez, é igual ao dobro do quociente do maior pelo menor.

- a) Encontre esses dois números.  
b) Escreva uma equação do tipo  $x^2 + bx + c = 0$  cujas raízes são aqueles dois números.

8. As diagonais D e d de um quadrilátero convexo, não necessariamente regular, formam um ângulo agudo  $\alpha$ .

- a) Mostre que a área desse quadrilátero é  $\frac{D \cdot d}{2} \operatorname{sen} \alpha$ .  
b) Calcule a área de um quadrilátero convexo para o qual  $D = 8 \text{ cm}$ ,  $d = 6 \text{ cm}$  e  $\alpha = 30^\circ$ .

9. A troposfera, que é a primeira camada da atmosfera, estende-se do nível do mar até a altitude de 40.000 pés; nela, a temperatura diminui  $2^\circ \text{C}$  a cada aumento de 1.000 pés na altitude. Suponha que em um ponto **A**, situado ao nível do mar, a temperatura seja de  $20^\circ \text{C}$ . Pergunta-se:
- Em que altitude, acima do ponto **A**, a temperatura é de  $0^\circ \text{C}$ ?
  - Qual é a temperatura a 35.000 pés acima do mesmo ponto **A**?



10. O teorema fundamental da aritmética garante que todo número natural  $n > 1$  pode ser escrito como um produto de números primos. Além disso, se  $n = p_1^{t_1} p_2^{t_2} \dots p_r^{t_r}$ , onde  $p_1, p_2, \dots, p_r$ , são números primos distintos, então o número de divisores positivos de  $n$  é  $d(n) = (t_1 + 1)(t_2 + 1) \dots (t_r + 1)$ .
- Calcule  $d(168)$ , isto é, o número de divisores positivos de 168.
  - Encontre o menor número natural que tem exatamente 15 divisores positivos.

**GABARITO - PROVA B****MATEMÁTICA**

1. a) 5.120 candidatos.  
b) Não. A nota média foi 2, 3, pois a média ponderada entre os valores do gráfico encontrada foi 2, 3.
  2. a) demonstração.  
b) 12 cm.
  3. a)  $m=0$ .  
b)  $m=8$ .
  4. a) 2.310m.  
b) 1.710m.
  5. a)  $9 + 7 + 5 + 3 + 1 - (8 + 6 + 4 + 2) = 25 - 20 = 5$   
b) 5.
  6. **A** possui R\$ 302,00, **B** possui R\$ 1.208,00, **C** possui R\$ 594,00 e **D** possui R\$ 614,00.
  7. a) 4 e 8.  
b)  $u^2 - 12x + 32 = 0$
  8. a) demonstração.  
b)  $12 \text{ cm}^2$
  9. a) 10.000 pés.  
b)  $-50^\circ\text{C}$ .
  10. a) 16 divisores.  
b) 144.
- 