

MATRIZ E DETERMINANTE

1) Sejam matrizes reais.

$$A = \begin{bmatrix} x - 2y & 1 \\ 3x + y & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

Determine x e y reais, de modo que $A + 2B = C$.

2) (UNESP) Considere as matrizes com x, y, z números reais.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{pmatrix},$$

Se $A \cdot B = C$, calcule os valores de x, y e z.

3) Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 7 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

determine o elemento X_{32} da matriz AB.

4) Sejam as matrizes M_1 e M_2 representadas na figura a seguir e considere a operação entre estas matrizes.

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad M_2 = \begin{pmatrix} p & q \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_2 \cdot M_1 - M_1 \cdot M_2 = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Nessas condições p + q é igual a:

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8

5) Os números reais x, y e z que satisfazem a equação matricial mostradas a seguir, são tais que sua soma é igual a:

$$\begin{bmatrix} x-1 & y+2 \\ z & x+y+z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

- a) -3 b) -2 c) -1 d) 2 e) 3

6) (UNIFICADO) Resolvendo-se a equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad \text{encontramos para x e y valores}$$

respectivamente iguais a:

- a) 2 e -1 b) 1 e 2 c) 1 e -2 d) -1 e 2 e) -2 e 1

7) (IBEMEC) Considerando as matrizes de números reais:

$$A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ -1 & x \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Se $A^2 = B$, então:

- a) $x = \pm 2$ b) $x = \pm \sqrt{2}$ c) $x = 2$ d) $x = -2$ e) $x = \sqrt{2}$

8) (PUC-RJ) Calcule a vigésima potência da matriz $\begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

9) (UFRJ) Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 19941994 & 19941994 \\ 19941994 & 19941995 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Seja $A^2 = A \cdot A$ e $B^2 = B \cdot B$

Determine a matriz $C = A^2 - B^2 - (A + B)(A - B)$

10) (UFRJ) Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

a) Determine $A^3 = A \cdot A \cdot A$

b) Se A^n denota o produto de A por A n vezes, determine o valor do número natural k tal que $A^{k^2} - A^{5k} + A^6 = I$, onde I é a matriz identidade.

11) (UFSCAR) Seja a matriz $M = (m_{ij})_{2 \times 3}$, tal que $m_{ij} = j^2 - i^2$.

a) Escreva M na forma matricial.

b) Sendo M a matriz transposta de M, calcule o produto $M \cdot M^t$.

12) (VUNESP) Seja $A = [a_{ij}]$ a matriz real 2×2 definida por $a_{ij} = 1$ se $i \leq j$ e $a_{ij} = -1$ se $i > j$.

Calcule A^{-1} .

13) (UNIRIO) Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, determine o valor de

$$A^{-1} + A^t - I_2.$$

14) (UNIRIO) O valor de a tal que $A = \begin{bmatrix} -\frac{11}{2} & \frac{7}{2} \\ \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$ seja matriz

inversa de $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ a & 11 \end{bmatrix}$ é:

- a) -1 b) 3 c) 1/5 d) 2 e) 5

15) (UFRJ) Uma confecção vai fabricar 3 tipos de roupa utilizando materiais diferentes. Considere a matriz $A = (a_{ij})$ abaixo, onde a_{ij} representa quantas unidades do material j serão empregadas para fabricar uma roupa do tipo i.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a) quantas unidades do material 3 serão empregadas na confecção de uma roupa do tipo 2?

b) Calcule o total de unidades do material 1 que será empregado para fabricar cinco roupas do tipo 1, quatro roupas do tipo 2 e duas roupas do tipo 3.

16) Uma empresa possui 3 filiais: a filial 1, a filial 2 e a filial 3. Ela comprou camisas para o uniforme de seus funcionários nos tamanhos P, M e G. Se representarmos o tamanho P pelo número 1, M pelo número 2 e G pelo número 3 teremos que, na matriz abaixo, cada elemento a_{ij} representa o número de camisas tamanho i que a filial j comprou.

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 7 & 3 \\ 6 & 8 & 4 \\ 4 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

Se cada camisa custa R\$ 7,00, quanto gastou a filial que gastou mais?

- a) R\$ 133,00 b) R\$ 126,00 c) R\$ 119,00 d) R\$ 147,00 e) R\$ 161,00

17) (UFRJ) Há 5 senadores designados para uma Comissão Parlamentar de Inquérito. Eles devem escolher entre si um presidente para a comissão, sendo que cada senador pode votar em até 3 nomes. Realizada a votação onde cada um deles recebeu um número de 1 a 5, os votos foram tabulados na matriz $A = (a_{ij})$, abaixo indicada. Na matriz A , cada elemento a_{ij} é igual a 1 (um), se i votou em j; e é igual a 0 (zero), caso contrário.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Responda, justificando:

- a) Qual o candidato mais votado?
b) Quantos candidatos votaram em si mesmos?

18) (UERJ) A temperatura corporal de um paciente foi medida, em graus Celsius, três vezes ao dia, durante cinco dias. Cada elemento a_{ij} da matriz abaixo corresponde à temperatura observada no instante i do dia j .

$$\begin{bmatrix} 35,6 & 36,4 & 38,6 & 38,0 & 36,0 \\ 36,1 & 37,0 & 37,2 & 40,5 & 40,4 \\ 35,5 & 35,7 & 36,1 & 37,0 & 39,2 \end{bmatrix}$$

Determine:

- a) o instante e o dia em que o paciente apresentou a maior temperatura;
b) a temperatura média do paciente no terceiro dia de observação.

19) (UFRJ) As faculdades A e B oferecem somente cursos de Medicina e Engenharia. A tabela a seguir apresenta as porcentagens dos alunos que concluíram seus cursos em 1995, distribuídos segundo sua faculdade e curso.

	Medicina	Engenharia
Fac. A	40%	60%
Fac. B	30%	70%

Sabe-se que esses alunos estão atualmente empregados ou desempregados, de acordo com os índices abaixo:

	Empregado	Desempregado
Medicina	70%	30%
Engenharia	20%	80%

A tabela abaixo deve representar as porcentagens dos alunos que concluíram seus cursos em 1995, porém distribuídos por faculdade e situação ocupacional (empregado / desempregado).

	Empregado	Desempregado
Fac. A	X	Y
Fac. B	Z	W

Determine o valor de W.

20) Para que o determinante da matriz abaixo seja nulo, o valor de a deve ser:

$$\begin{bmatrix} 1+a & -1 \\ 3 & 1-a \end{bmatrix}$$

- a) 2 ou -2 b) 1 ou 3 c) -3 ou 5 d) -5 ou 3 e) 1 ou 5

21) Calcule o valor de "a" para o qual o determinante adiante se anula.

$$\begin{vmatrix} 14 & 32 & 42 \\ -1 & 2 & 0 \\ 28 & a & 84 \end{vmatrix}$$

22) (UNIRIO) Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & c & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ a & b & -2 \end{bmatrix}$. Sabendo-se que

$A^t = A$, calcule o determinante da matriz $A - 2A + (I_3)^2$.

23) (UERJ) Observe a matriz a seguir.

$$\begin{bmatrix} \operatorname{sen} x & \cos^2 x & 1 \\ \operatorname{sen} x & \cos x & 0 \\ \operatorname{sen} x & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Resolvendo seu determinante, será obtido o seguinte resultado:

- a) 1 b) $\operatorname{sen} x$ c) $\operatorname{sen}^2 x$ d) $\operatorname{sen}^3 x$

24) (FUVEST) O determinante da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2^x & 0 \\ 1 & 3^x & 4^x \end{bmatrix}$ vale 256.

Pode-se afirmar que:

- a) $x \in]-2, 2[$ b) $x \in]0, 5[$ c) $x \in]3, 9[$ d) $x \in]16, 32[$ e) $x \in]20, 40[$

25) (UFF) Considere a matriz $M = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$. Os valores de k que

tornam nulo o determinante da matriz $M - kI$, sendo I a matriz identidade, são:

- a) 0 e 4 b) 4 e 5 c) -3 e 5 d) -3 e 4 e) 0 e 5

26) (UNIRIO) O valor de $\begin{vmatrix} 5^0 & \sqrt{9} & 1^7 \\ \log_2 4 & |-6| & \operatorname{csc} 30^\circ \\ x & y & z \end{vmatrix}$ é igual a:

- a) 0 b) $4(y + 3z)$ c) $4(3x + y + 3z)$ d) $4x + 2y + 3z$ e) $12(x + z)$

27) Foi realizada uma pesquisa, num bairro de determinada cidade, com um grupo de 500 crianças de 3 a 12 anos de idade. Para esse grupo, em função da idade x da criança, concluiu-se que o peso médio $p(x)$, em quilogramas, era dado pelo determinante da matriz A , onde:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

Com base na fórmula $p(x) = \det A$, determine:

- a) o peso médio de uma criança de 5 anos;
b) a idade de uma criança cujo peso é 30 kg.

28) Considere as matrizes reais:

$$A = \begin{bmatrix} x^2 & 0 \\ 2 & y+z \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} 4 & z \\ y & -x \end{bmatrix}$$

Se $A = B^t$ (B^t é transposta de B), o determinante da matriz abaixo é:

$$\begin{bmatrix} x & y & -1 \\ z & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

- a) -1 b) 0 c) 1 d) 2 e) 3

29) O traço de uma matriz quadrada é a soma dos elementos de sua diagonal principal. Se os números inteiros x e y são tais que a matriz abaixo tem traço igual a 4 e determinante igual a -19, então o produto xy é igual a:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & x & 4 \\ 1 & 1 & y \end{bmatrix}$$

- a) -4 b) -3 c) -1 d) 1 e) 3

30) (UFF) Determine o(s) valor(es) de x para que a matriz

$$M = \begin{bmatrix} x^3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & x \\ 0 & -x & 1 \end{bmatrix}, \quad x \in \mathbb{R} \text{ não admita inversa.}$$

